$\mathfrak{M}$**atemáticas 1** - **Preparaduría 9.**

Ejercicios - SEMANA 10.

1. Dada la curva $\arctan(xy) + y^{\pi} + 5 = \sqrt{x^2 + y^2}$, hallar el valor $\dfrac{dx}{dy}$ cuando la ordenada es 0 y la abscisa es negativa

2. Hallar $\dfrac{dx}{dy}$ para la curva definida por la ecuación $xy + y \operatorname{arcsen} x = 1$.

3. Hallar la derivada de $f(x) = \sec^{-1} x$.

4. Estudiar la monotonía y la concavidad de la gráfica de la función
$$f(x) = \frac{1}{10}x^5 + \frac{3}{4}x^4 + \frac{1}{6}x^3 - 6x^2 + 20x - 3.$$

5. Estudiar la concavidad de la función
$$f(x) = 10x + \frac{1}{30}x^6 + 3 - \frac{a}{20}x^5 + \frac{a^2}{12}x^4 - \frac{a^3}{6}x^3,$$
con $a < 0$.

6. La curva $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ corta al eje de las abscisas en $x = 3$ y tiene un punto de inflexión en $\left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{9}\right)$. Hallar a, b y c

7. Sean f y g funciones derivables, tales que $f'' \neq 0$ y $g'' \neq 0$. Demostrar que si f y g son cóncavas hacia arriba en el intervalo $\big(a, b\big)$, entonces $f + g$ es también cóncava hacia arriba en $\big(a, b\big)$.

8. Encuentre valores a, b, c y d tales que $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un mínimo relativo de -3 en $x = 0$ y un máximo relativo de 4 en $x = 1$.

9. Demuestre que $f(x) = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ no tiene puntos criticos cuando $ad - bc \neq 0$. ¿Qué sucede cuando $ad - bc = 0$.